

# Optimering av underhållsplaner leder till strategier för utvecklingsprojekt

*Ann-Brith Strömberg<sup>1</sup> och Torgny Almgren<sup>2</sup>*

*1. Matematiska vetenskaper*

*Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet  
412 96 Göteborg  
031-772 5378  
anstr@chalmers.se*

*2. Volvo Aero*

*461 81 Trollhättan  
0520-944 32  
torgny.almgren@volvo.com*

## SAMMANFATTNING

*Inom många typer av industriell verksamhet, t ex process-, kraft- och flyg-industri, används dyrbar produktionsutrustning som måste vara tillgänglig i mycket hög utsträckning eftersom produktionsstopp är mycket kostsamma. För att dessa industrier ska kunna maximera lönsamheten måste de kunna utnyttja produktionsstopp för att även utföra bästa möjliga förebyggande underhåll.*

*Chalmers Matematik och Volvo Aero har tillsammans utvecklat en matematisk modell som ser till ekonomiska och funktionella samband mellan komponenter i det system som skall underhållas, samt kostnader för underhållsaktiviteter och reservdelar. En studie utförd i en verkstad för underhåll av flygmotorer vid Volvo Aero visar på en signifikant potential för kostnadsbesparingar som till stor del beror av ökade möjligheter till aktiv samordning av framtida underhåll via balansering av komponenternas livslängder.*

*Studien har även medfört en nyttig genomlysning av systemet. Den visar att möjligheten att reducera underhållskostnader i hög grad beror på livslängderna hos de i systemet ingående komponenterna. Olika komponenter har därför olika potential för reduktion av underhållskostnader. Dessa potentialer kan beräknas genom optimering av en serie modeller där livslängden för de olika delarna–var för sig–har förlängts stegvis. På detta sätt kan optimering av underhållsplaner även utnyttjas för att skapa beslutsunderlag för val av utvecklingsprojekt som syftar till att förlänga livslängder hos enskilda komponenter.*

# 1. INTRODUKTION

Många typer av industriell verksamhet kännetecknas av dyrbar produktionsutrustning som måste vara tillgänglig i så hög utsträckning som möjligt eftersom produktionsstopp är mycket kostsamma. Några exempel på sådan industri är process-, kraft- och flygindustri. En effektiv underhållsverksamhet är väsentlig för både säkerhet och tillgänglighet hos utrustningen. I takt med att tekniska system blir alltmer komplexa blir schemaläggning av underhållsverksamhet en alltmer utmanande uppgift.

En viktig faktor hos industriens förmåga att maximera lönsamhet är deras möjligheter att planera avhjälpande och förebyggande underhåll i samband med längre produktionsstopp. För att effektivt utnyttja tillgängliga resurser krävs att även själva underhållstillfallet tas till vara på ett bra sätt. Exempelvis måste den aktuella utrustningen oftast demonteras i större viss omfattning, varvid kritiska komponenter kan komma att friläggas, vilket ger möjlighet att underhålla även dessa komponenter i förebyggande syfte—så kallat *opportunistiskt underhåll*. För tekniker involverade i underhållsverksamhet blir planering och schemaläggning av denna verksamhet väldigt viktig, då den innefattar en balansering av kostnader för produktionsstopp mot direkta underhållskostnader. Målet är att uppnå en maximal intäkt—mätt i drifttid—för varje satsad krona.

Samtidigt som reservdelar för flygmotorer är mycket dyrbara, så är motorn enligt logiken ovan en mycket dyrbar investering som måste ha så hög utnyttjandegrad som möjligt. De fasta kostnaderna för ett underhållstillfälle kan bli mycket höga, eftersom dessa ofta inkluderar faktorer som motordemontering och montering, transporter och omfattande tester (provkörning) av motorn i provhus. Dessutom kan den ofrånkomliga långa frånvaron av motorn bli mycket dyrbar då kommersiella flygbolag normalt måste ordna (exempelvis leasa) reservmotorer för att hålla de ännu dyrare flygplanen i luften under tiden som motorerna underhålls. (Den totala ledtiden för ett motorunderhåll kan röra sig om 1–3 månader.) Militära operatörer måste, bland annat av beredskapsskäl, ha tillgång till flygvärdiga flygplan och motorer. Samtidigt med önskan att minimera antalet underhållstillfällen måste således kostnaderna associerade med dessa balanseras mot de höga de rörliga kostnaderna för reservdelar etc.

Volvo Aero (VAC) är ett företag inom flygsektorn. Ett av dess affärsområden är flygmotorunderhåll; en av de motorer som underhålls är den militära flygmotorn RM12, för vilken VAC även har ett konstruktionsansvar. Motorn består av flera moduler som var och en består av ett antal komponenter. Dessas livslängder klassas som *deterministiska* (säkerhetskritiska, med fördefinierade livslängder) eller *stokastiska* (ej säkerhetskritiska). VAC uppskattar att orsaken till 30% av underhållstillfällena är att en eller flera stokastiska komponenter går sönder

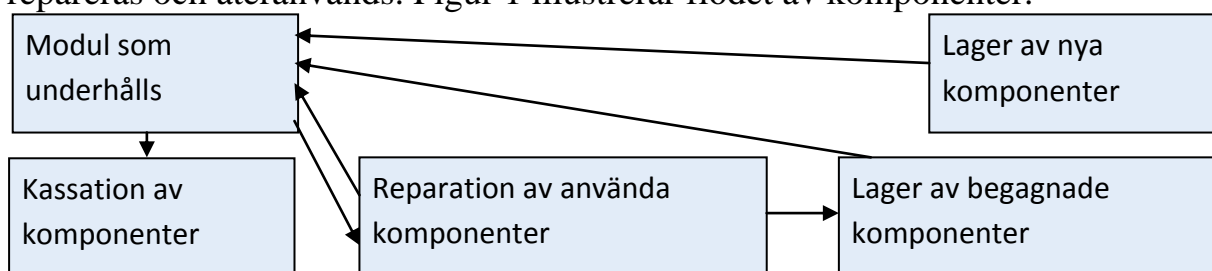
(avhjälpande underhåll), medan övriga tillfällen är planerat (förbyggande) underhåll. Oavsett om stokastiska komponenter går sönder eller förebyggande underhåll utförs finns ett behov av planering (skapande av underhållsscheman) för att avgöra *vilka* komponenter som ska repareras eller bytas ut.

## 2. PLANERING AV UNDERHÅLLSVERKSAMHETEN VID VOLVO AERO

### 2.1. Allmänt

VAC skriver varje år underhållskontrakt med ett antal kunder, varav Flygvapnet, med motorn RM12, är en. Dessa kontrakt kan baseras på ett fast flygtimpris för vilket VAC garanterar att hålla motorerna ”flygande” (luftvärdiga). I praktiken innebär detta i RM12-fallet en hel motor, eller separata motormoduler, transporteras till och underhålls i VAC:s underhållsverkstad närhelst behov finns. VAC:s mål är att optimera underhållsscheman för att kunna utföra det nödvändiga underhållet på ett sätt som minimerar den del av flygtimkostnaden som beror av motorunderhållet.

Normalt tas en motor eller modul till underhållsverkstaden av en av två orsaker; för planerat förebyggande underhåll eller för att en komponent med stokastisk livslängd har fallit ut. Under tiden motorn eller modulen underhålls ersätts den vanligtvis med en reservmotor eller -modul, för att planet ska hållas funktionsdugligt. Vid VAC demonteras motorn till flera moduler. Beslutet om huruvida en modul ska underhållas baseras i nuläget på heuristiska metoder. Komponenterna i modulerna inspekteras och undersöks; komponenter som fallit ut ersätts antingen med nya eller begagnade delar från ett reservdelslager eller repareras och återanvänds. Figur 1 illustrerar flödet av komponenter.

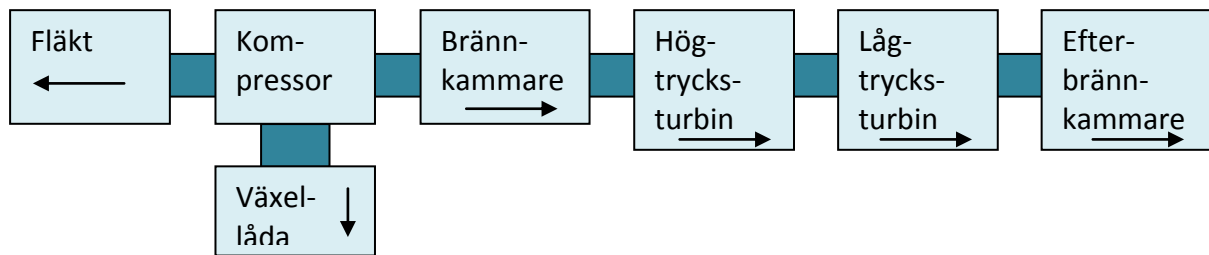


**Figur 1:** Flödet av komponenter vid underhåll.

Eftersom den fasta kostnaden för att ta in motorn för underhåll är hög måste VAC beakta möjligheten att byta ut komponenter som kan förväntas gå sönder inom en nära framtid. Detta görs i dagsläget genom att man inspekterar komponenter, detekterar defekter och använder en enkel heuristik för att avgöra vilka komponenter som ska bytas ut vid det aktuella underhållstillfället.

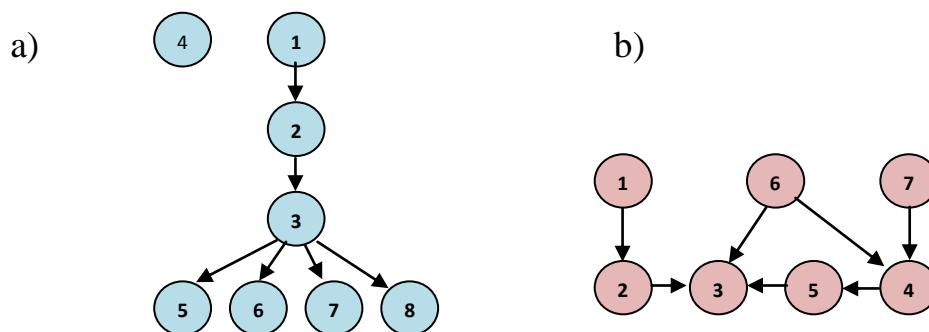
## 2.2. RM12

Motorn RM12 består av sju moduler, vilka var och en innehåller ett antal komponenter med stokastiska eller deterministiska livslängder. Figur 2 visar schematiskt hur motorns moduler sitter ihop. Pilarna illustrerar i vilken ordning modulerna demonteras. Varje modul, förutom kompressorn, demonteras i endast en riktning. Exempelvis, för att demontera brännkammaren måste man i ordning demontera efterbrännkammaren, lågtrycksturbinen och högtrycksturbinen.



**Figur 2:** Schematisk bild av de sju moduler som tillsammans utgör motorn.

Var och en av de sju modulerna består av flera komponenter. Nätverket i Figur 3a) representerar beroenden mellan komponenter i kompressormodulen. För att demontera en komponent måste man först demontera minst en av de komponenter från vilka bågarna riktar sig mot denna komponent. Totala antalet komponenter i motorn är 61 och de flesta av dessa har deterministiska livslängder. En arbetskostnad förknippad med demonteringen av varje komponent i motorn. I exemplet i Figur 3a) finns *en* väg till varje komponent i nätverket. I andra fall, som i Figur 3b), finns *flera* vägar som leder till vissa av komponenterna; i sådana fall måste även beslut om vägval inne i modulen fattas.



**Figur 3:** Nätverk som beskriver beroenden mellan komponenter i två moduler.

Vid varje underhållstillfälle uppkommer kostnader för transport av motor/modul till underhållsverkstaden, för testning av motorn efter utförd underhåll, för administration, för leasing av reservmotorer, för nya/begagnade reservdelar, för demontering och montering av moduler och komponenter, samt för reparation av defekta komponenter. De fasta kostnaderna vid varje underhållstillfälle är vanligtvis mycket höga, varför man vill minimera antalet underhållstillfällen samtidigt som man vill undvika oplanerade underhållstillfällen.

### **2.3. Ett forskningsprojekt vid Volvo Aero och Chalmers**

Forskare vid Chalmers och Volvo Aero har, inom några projekt finansierade av NFFP (Nationellt Flygtekniskt ForskningsProgram), tillsammans utvecklat en matematisk modell för schemaläggning av underhåll av flygmotorer (Andréasson (2004), Almgren et al. (2008a, 2008b)).

### **2.4. En matematisk modell för planering av underhåll**

Den kontrakt- eller planeringsperiod för vilken ett optimalt underhållsschema skall beräknas indelas i diskreta tidssteg. För vart och ett av dessa tidssteg definieras ett antal binära beslutsvariabler som representerar huruvida underhåll av motorn skall utföras, moduler demonteras, monteras och testas, samt komponenter demonteras och monteras och/eller bytas ut. Varje utförd aktivitet (exempelvis montering, testning och transport) är förknippad med en specifik kostnad och utbyten av komponenter genererar reservdelskostnader. Den matematiska modellen beskriver de logiska och funktionella sambanden mellan olika underhållsaktiviteter samt de associerade kostnaderna. Modellen har använts för att utföra den fallstudie som presenteras i nästa avsnitt och beskrivs i sin helhet i Bilaga 1.

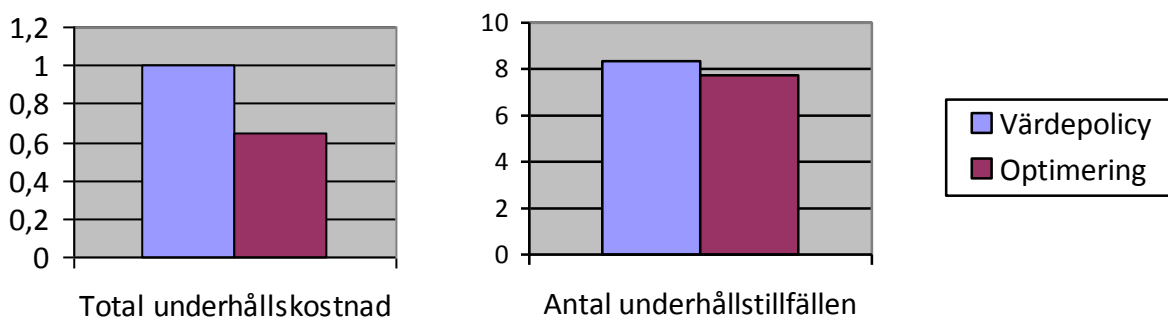
## **3. FALLSTUDIE – TESTER OCH RESULTAT**

En studie har utförts vid Volvo Aero. Resultatet av detta arbete visar att det finns en signifikant potential för kostnadsbesparingar med hjälp av optimering av scheman för underhåll. En stor del av besparingarna uppkommer genom ökade möjligheter till aktiv samordning av framtida underhållstillfällen genom balansering av komponenternas livslängder. Den naturliga tidshorizonten är kontraktstiden (2500 flygtimmar) som vi delat in i  $T=50$  tidssteg om vardera 50 flygtimmar, vilket ger en vettig tidsupplösning. De data som erfordras av modellen innefattar en lista av moduler och komponenter i dessa, kostnader och uppskattade livslängder för nya och begagnade komponenter, nätverksstrukturen för åtkomst av komponenter i modulerna, arbetskostnader för (de)montering av komponenter, uppskattade livslängder för de komponenter som sitter i motorn, samt arbetskostnader för (de)montering av moduler. Den matematiska modellen har implementerats i modelleringsprogramvaran AMPL (Fourer et al. (2003)) och optimeringslösaren CPLEX (ILOG (2006)) användes för att lösa den. Antalet moduler i motorn är sju, antalet komponenter 61 och antalet tidssteg i modellen 50, vilket resulterar i 3850 binära beslutsvariabler. De resultat som här redovisas är baserade på tester där den matematiska modellen har använts för att finna underhållsplaner för såväl enskilda moduler som för hela motorn.

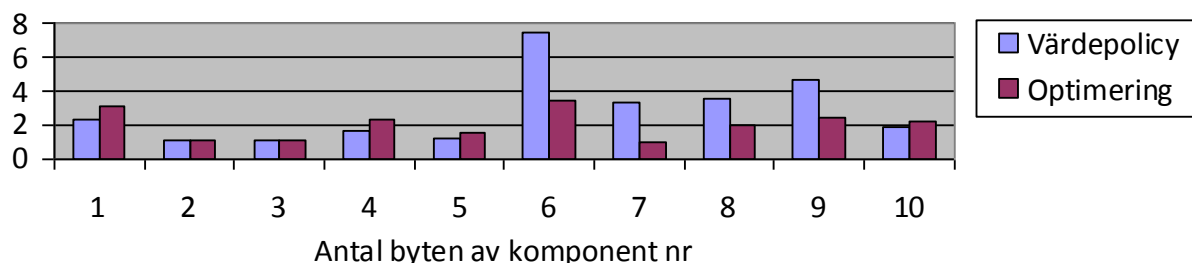
### 3.1. Optimering medför kostnadsbesparingar

Tester har gjorts med en modell<sup>1</sup> som optimerar underhållsplaner för en modul med tio delar varav sex antas ha stokastiska livslängder (Weibullfördelade med formparametern lika med 2, 4 eller 6). Testerna har utförts för 200 scenarier som eftersträvar att likna den tänkta verkliga användningen av modellen i så stor utsträckning som möjligt. Varje scenario skapas genom att optimeringsmodellen beräknar en underhållsplan som ”realiseras”. Härefter beräknas tidpunkten för nästa underhållstillfälle; denna tidpunkt styrs antingen av utfallen av de stokastiska delarnas livslängder, vilka simuleras, eller av livslängder hos de deterministiska delarna. Från denna tidpunkt beräknas sedan en ny underhållsplan för återstoden av planeringsperioden och proceduren upprepas.

Jämförelser är gjorda med en värdepolicy som efterliknar den heuristik som i nuläget används i Volvo Aeros underhållsverkstad (se Andréasson och Almgren (2005)). Resultaten visar att medelvärdet av den totala kostnaden för underhåll minskar med ca 35%, medelvärdet av antalet underhållstillfällen minskar med ca 7% (figur 4) och medelvärdet av antalet utbytta individer ökar för vissa komponenter medan det minskar betydligt för andra (figur 5).



**Figur 4:** Medelvärden av de totala normerade underhållskostnaderna och antalet underhållstillfällen för scheman beräknade med värdepolicyn respektive optimeringsmodellen.



**Figur 5:** Medelvärden av antalet byten av vardera av de tio komponenterna för scheman beräknade med värdepolicyn respektive optimeringsmodellen.

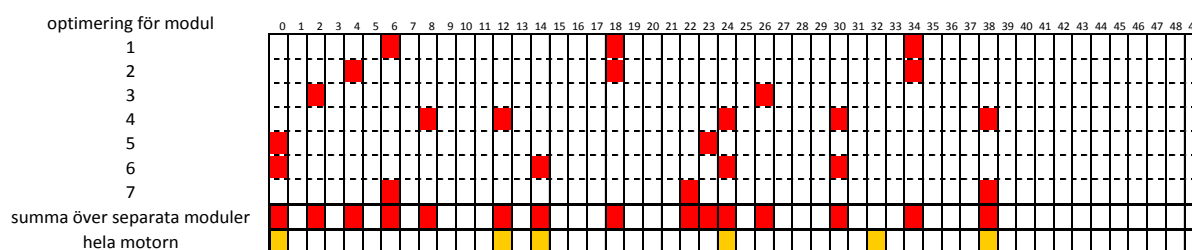
<sup>1</sup>Denna modell tar inte hänsyn till arbetskostnader för demontering och montering av komponenter inne i motormodulerna.

### 3.2. Underhållsplaner bör optimeras för hela motorn

Vi har även utfört tester som jämför resultaten från optimering över separata moduler med dito från optimering över hela motorn, för en motor där inte alla delar är nya. Resultaten visas i Tabell 1 och Figur 6. Det lönar sig att optimera över hela motorn; antalet underhållstillfällen minskar med 60% och den totala kostnaden med ca 12% jämfört med optimering över separata moduler. Notera att den CPU-tid som åtgår för att beräkna underhållsscheman med denna modell är väsentligt kortare än en minut.

**Tabell 1:** Optimering av underhållsscheman för separata moduler och över hela motorn. Resultat för en begagnad motor. Kostnaderna är normerade.

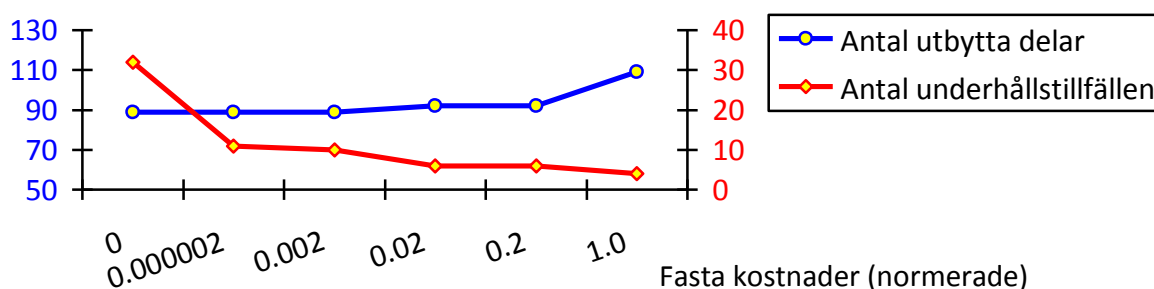
Optimering över	Antal underhållstillfällen	Antal utbytta delar	Total kostnad	CPU-tid (sek)
separata moduler	15	91	1.134	3.13
hela motorn	6	94	1.000	10.67



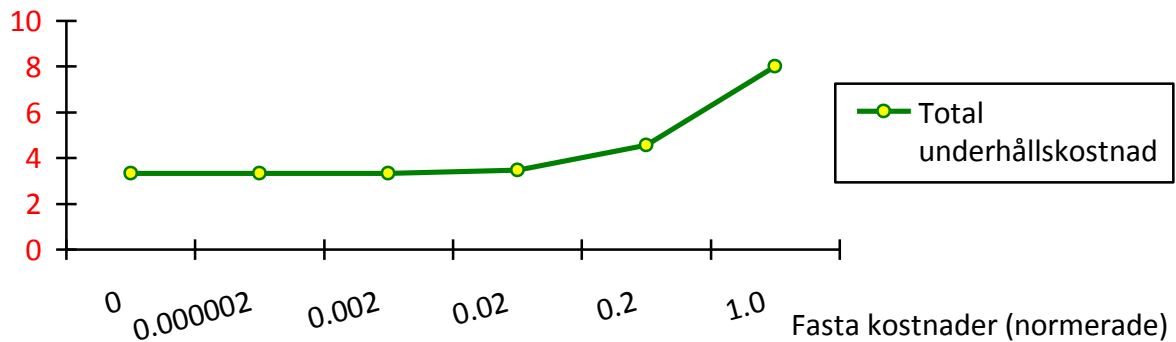
**Figur 6:** Underhållsscheman för en begagnad motor. Underhållsplaner optimerade för separata moduler ■ samt över hela motorn ■.

### 3.3. De fasta kostnadernas inverkan på underhållsplaner

Vi varierade de fasta kostnaderna för varje underhållstillfälle och undersökte hur antalet underhållstillfällen och utbytta delar samt totalkostnad för underhållet varierar. Då den fasta kostnaden ökar, minskar antalet underhållstillfällen, samtidigt som det totala antalet utbytta delar ökar (figur 7) liksom den totala kostnaden för underhåll (figur 8).



**Figur 7:** Inverkan av de fasta kostnaderna (normerade) på antalet utbytta komponenter och antalet underhållstillfällen.

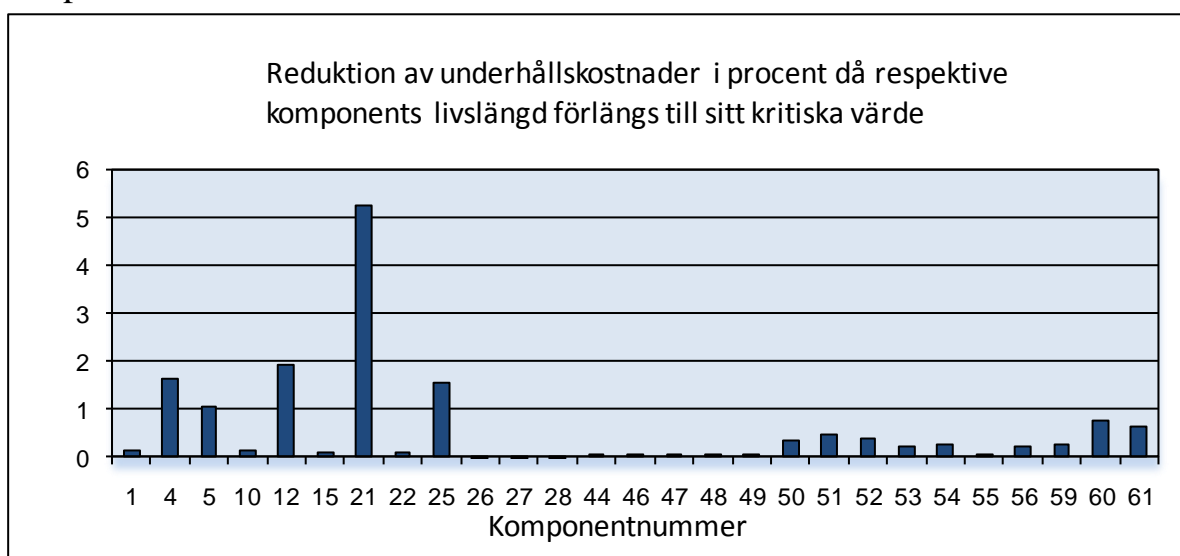


**Figur 8:** Inverkan av de fasta kostnaderna på den totala kostnaden för underhåll (kostnaderna är normerade).

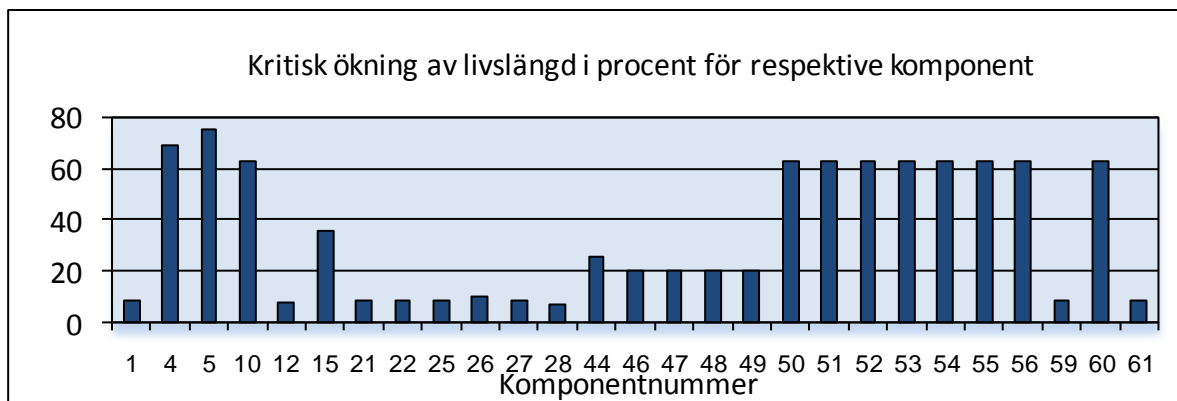
### 3.4. Strategier för utvecklingsprojekt

Optimering av underhållsplaner kan användas som en bas för beslut om vilka produktutvecklingsprojekt som bör genomföras. För flygmotorer skulle en sådan produktutveckling syfta till att förlänga livslängder för (gångtidsförlänga) enskilda komponenter i motorn. Vi har genomfört en studie som visar att utveckling av olika komponenter har olika potential för reduktion av underhållskostnader. I denna studie antar vi att motorn är ny. Några komponenters livslängder är längre än planeringsperioden om 2500 flygtimmar; dessa komponenter påverkar inte totalkostnaden, eftersom de inte kommer att bytas ut.

Testerna utfördes för var och en av de komponenter som har mindre än 2500 flygtimmars livslängd, på så sätt att livslängden ökades tills den totala kostnaden för underhåll minskade; denna livslängd noterades som det kritiska värdet för komponenten. Resultaten illustreras i figurerna 9 och 10; här redovisas endast de komponenter som kan bidra till en reduktion av underhållskostnaderna.

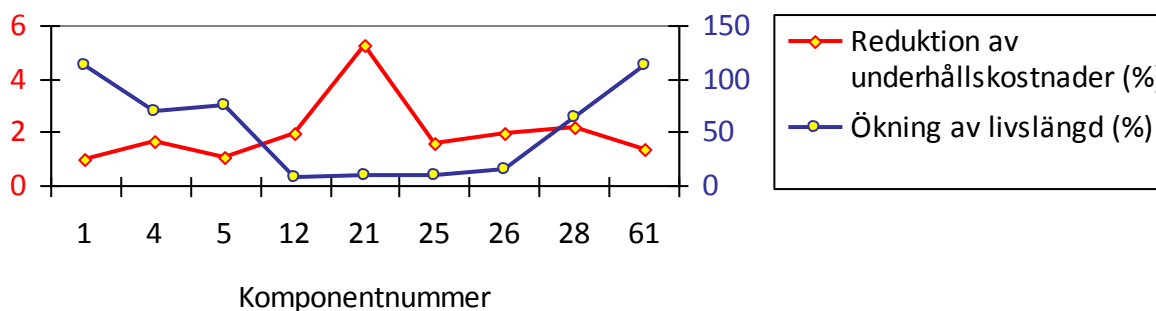


**Figur 9:** Reduktion av de totala kostnaderna för underhåll då livslängden för en komponent förlängs med dess kritiska värde.



**Figur 10:** Kritisk ökning av livslängden för var och en av komponenterna.

Vi undersökte även vilka av de komponenter, som i föregående studie visade sig kunna reducera de totala underhållskostnaderna, som har potential att reducera dessa med *minst en procent*, genom att öka livslängden för var och en av dessa komponenter upp till 2500 flygtimmar. Resultaten visas i figur 11.



**Figur 11:** Komponentvis ökning av livslängd som medför en potentiell reduktion av de totala underhållskostnaderna med minst en procent.

Av figur 11 framgår att nio av motorns 61 komponenter var för sig har potential att reducera de totala kostnaderna för underhåll med minst en procent. För en av komponenterna (nr 21) kan man genom att öka dess livslängd med nio procent minska de totala underhållskostnaderna med drygt fem procent. Genom att utnyttja den matematiska modellen för underhållsplanering som ett simuleringsverktyg, med vilket modellen löses för olika potentiella värden på komponenternas livslängder, kan man skapa ett beslutsverktyg med vars hjälp lämpliga utvecklingsobjekt kan identifieras.

## 4. SLUTSATSER

Vi har i ett nära samarbete mellan Chalmers matematik och Volvo Aero utvecklat en matematisk optimeringsmodell för planering av underhåll. Denna modell tillåter att underhållstillfällen utnyttjas för förebyggande och opportunistiskt underhåll och har testats i en underhållsverkstad för flygmotorer

vid Volvo Aero. Resultaten visar på betydande kostnadsbesparingar om underhållet planeras med hjälp av modellen jämfört med den beslutspolicy som för närvarande används i Volvo Aeros underhållsverkstad. De visar även att antalet underhållstillfällen minskar och antalet utbytta delar ökar då den fasta kostnaden för varje underhållstillfälle ökar. Slutligen visar de på att optimering av underhållsplanering kan utnyttjas för att avgöra huruvida utvecklingsprojekt som syftar till att förlänga livslängder hos enskilda komponenter är lönsamma.

## REFERENSER

Almgren, T, Andréasson, N, Anevski, D, Patriksson, M, Strömberg A-B och Svensson, J (2008a) Optimization of opportunistic replacement activities: A case study in the aircraft industry, *insänd för publicering i European Journal of Operational Research*.

Almgren, T, Palmgren, M, Patriksson, M och Strömberg, A-B (2008b) On the optimization of maintenance plans for aircraft engines—with application to operations at Volvo Aero, *under sammanställande*.

Andréasson, N (2004) *Optimization of opportunistic replacement activities in deterministic and stochastic multi-component systems*, licentiatavhandling, Institutionen för matematik, Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet, Göteborg, Sverige.

Andréasson, N och Almgren, T (2005) Optimering i samband med produktionsplanering av, och materialförsörjning vid, underhåll av flygmotorer, i *PLANs Forsknings- och tillämpningskonferens 2005*, Borås, sid 38–59.

Fourer, R, Gay, D M och Kernighan, B W (2003) *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, 2nd Ed, Duxbury Press/Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, CA.

ILOG CPLEX (2006) High-Performance Software for Mathematical Programming and Optimization, Ver. 10.1, <http://www.ilog.com/products/cplex/>

Wolsey, L A (1998) *Integer programming*, John Wiley & Sons, New York, NY.

## BILAGA 1: DEN MATEMATISKA MODELLEN

Låt  $M$  vara mängden av moduler i motorn och  $N^m$  mängden av komponenter i modul  $m \in M$ . Låt  $A$  vara mängden av de aktiviteter som måste utföras för att separera motorn i moduler (se figur 2). Aktiviteter representeras av noder

beroenden mellan dessa av bågar. Låt  $A^m$  vara den mängd av aktiviteter som måste utföras för att frigöra modul  $m \in M$ , låt  $A(n)$  vara den mängd av aktiviteter från vilka bågar är riktade mot aktivitet  $n$  i nätverket, låt  $\delta^m(i)$  vara mängden av komponenter från vilka bågar är riktade mot komponent  $i$  i nätverket för modul  $m$  (se figur 3) och låt  $K_i^m$  vara mängden av begagnade individer av komponent  $i$  i modul  $m$  i lagret vid tiden 0. Modellen innehåller även följande parametrar:  $c_{it}^m$  är inköpspriset för komponent  $i$  i modul  $m$  vid tiden  $t$ ,  $\tilde{c}_{ik}^m$  är värdet av individ  $k$  i lagret av begagnade komponenter  $i$  i modul  $m$  vid tiden 0,  $a_{it}^m$  är arbetskostnaden för att demontera komponent  $i$  i modul  $m$  vid tiden  $t$ ,  $d_t$  är den fasta kostnaden för att ta motorn till underhållsverkstaden vid tiden  $t$  och  $b_{nt}$  är arbetskostnaden för att utföra aktivitet  $n$  vid tiden  $t$ .  $T$  är antalet tidssteg i modellen,  $T_i^m$  är livslängden för en ny komponent  $i$  i modul  $m$ ,  $\bar{T}_i^m$  är den återstående livslängden för komponent  $i$  i modul  $m$  vid tiden 0 och  $\tilde{T}_{ik}^m$  är återstående livslängd hos individ  $k$  i lagret för komponent  $i$  i modul  $m$  vid tiden 0. Målet för optimeringen är att finna ett underhållsschema som minimerar summan av alla kostnaderna. Beslutsvariablerna i modellen definieras av  $x_{it}^m = 1$  om komponent  $i$  i modul  $m$  byts ut vid tiden  $t$ , annars 0;  $y_{it}^m = 1$  om komponent  $i$  i modul  $m$  demonteras vid tiden  $t$ , annars 0;  $\tilde{x}_{ik}^m = 1$  om komponent  $i$  i modul  $m$  byts mot individ  $k$  vid tiden 0, annars 0;  $z_t^m = 1$  om modul  $m$  underhålls vid tiden  $t$ , annars 0;  $w_t = 1$  om motorn tas till underhållsverkstaden vid tiden  $t$ , annars 0;  $v_{nt} = 1$  om aktivitet  $n$  utförs vid tiden  $t$ , annars 0. Målet för är att minimera den totala kostnaden för underhåll vilket definieras av den linjära funktionen

$$\sum_{t=0}^{T-1} \left( \sum_{m \in M} \left( \sum_{i \in N^m} (c_{it}^m x_{it}^m + a_{it}^m y_{it}^m) \right) + d_t w_t + \sum_{n \in A} b_{nt} v_{nt} \right) + \sum_{m \in M} \sum_{i \in N^m} \sum_{k \in K_i^m} \tilde{c}_{ik}^m \tilde{x}_{ik}^m.$$

För att lösningen till optimeringsproblemet ska motsvara ett tillåtet underhållsschema måste ett antal logiska villkor vara uppfyllda; dessa beskrivs nedan. Varje komponent måste bytas ut innan dess livslängd är slut:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\bar{T}_i^m} x_{it}^m &\geq 1, & i \in N^m : \bar{T}_i^m \leq T-1, m \in M, \\ \sum_{t=l}^{T_i^m+l-1} x_{it}^m &\geq 1, & l=1, \dots, T-T_i^m, i \in N^m, m \in M, \\ \sum_{t=0}^{\bar{T}_i^m} x_{it}^m + \sum_{k \in K_i^m} \tilde{x}_{ik}^m &\geq 1, & i \in N^m \cap \left\{ \bar{T}_j^m \leq T-1, \right\} m \in M, \\ \sum_{t=0}^{\tilde{T}_{ik}^m} x_{it}^m &\geq \tilde{x}_{ik}^m, & k \in K_i^m, i \in N^m, m \in M. \end{aligned}$$

Innan en komponent byts ut måste den demonteras, liksom de komponenter som sitter ”i vägen” för denna:

$$\begin{aligned} x_{it}^m &\leq y_{it}^m, & i \in N^m, m \in M, t = 0, \dots, T-1, \\ \sum_{j \in \mathcal{D}^m(i)} y_{jt}^m &\geq y_{it}^m, & i \in N^m, m \in M, t = 0, \dots, T-1, \\ \tilde{x}_{ik}^m &\leq y_{i0}^m, & i \in N^m, m \in M, k \in K_i^m. \end{aligned}$$

En komponent i en modul kan demonteras endast då modulen har separerats från övriga moduler i motorn:

$$\begin{aligned} y_{it}^m &\leq z_t^m, & i \in N^m, m \in M, t = 0, \dots, T-1, \\ z_t^m &\leq \sum_{n \in A^m} v_{nt}, & m \in M, t = 0, \dots, T-1, \\ v_{nt} &\leq v_{n't}, & n \in A, n' \in A(n), t = 0, \dots, T-1. \end{aligned}$$

En modul kan underhållas endast då motorn har tagits till underhållsverkstaden:

$$z_t^m \leq w_t, \quad i \in N^m, m \in M, t = 0, \dots, T-1.$$

Slutligen måste alla beslutsvariabler anta binära värden:

$$x_{it}^m, y_{it}^m, \tilde{x}_{ik}^m, z_t^m, v_{nt}, w_t \in \{0, 1\} \quad i \in N^m, m \in M, n \in A, k \in K_i^m, t = 0, \dots, T-1.$$

Den matematiska optimeringsmodellen består av ett antal linjära samband mellan variablerna, som alla måste anta binära värden. Hur lång CPU-tid som åtgår för att lösa modellen beror till stor del på antalet binära variabler i densamma, men även på strukturen hos de linjära sambanden (Wolsey (1998)). Vi har visat (Almgren et al. (2008a, 2008b)) att variablerna  $x_{it}^m$  och  $w_t$  i en optimallösning till modellen endast kommer att anta binära värden, även om de binära kraven på dessa variabler relaxeras till enbart icke-negativitet, enligt

$$x_{it}^m, w_t \geq 0, \quad i \in N^m, m \in M, t = 0, \dots, T-1.$$

Härigenom kan antalet binära variabler reduceras avsevärt, vilket är en viktig orsak till att modellen, för våra testproblem, löses på relativt kort tid. Vid lösning av modellen har vi också noterat att lösningen nästan alltid blir binär även då de binära kraven på variablerna  $y_{it}^m$  relaxeras till icke-negativitet. Även antalet tidssteg,  $T$ , i modellen påverkar antalet binära variabler. I de fall CPU-tiderna blir alltför långa kan tidsstegen i modellen förlängas (reduceras i antal).